第 3 講　組合せ

PART1　組合せ

例題

(1)　異なる 8 冊の本から 3 冊を選ぶ方法は何通りあるか。

(2)　正五角形について，次のものの総数を求めよ。

(i)　3 個の頂点を結んでできる三角形の個数

(ii)　対角線の本数

Point Pickup

練習

(1)　1 枚の硬貨を 10 回投げるとき，表が 5 回出る場合は何通りあるか。

(2)　正七角形について，次のものの総数を求めよ。

(i)　4 個の頂点を結んでできる四角形の個数

(ii)　対角線の本数

第 3 講　PART1　確認問題

1　1 から 6 までの整数の中から異なる 4 つの数を選ぶ選び方は [アイ] 通りある。

2　正九角形について，3 個の頂点を結んでできる三角形は [ウエ] 個ある。

3　正九角形について，対角線は [オカ] 本ある。

第 3 講　組合せ

PART1　組合せ

例題

(1)　異なる8冊の本から3冊を選ぶ方法は何通りあるか。

(2)　正五角形について，次のものの総数を求めよ。

　(i)　3個の頂点を結んでできる三角形の個数

　(ii)　対角線の本数

(1)　${}_8\mathrm{C}_3=\dfrac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2\cdot1}=56$ (通り)

(2)(i)　求める三角形の個数は，5個から3個取る組合せの総数である。

よって　${}_5\mathrm{C}_3={}_5\mathrm{C}_2=\dfrac{5\cdot4}{2\cdot1}=10$ (個)

(ii)　5個の頂点のうち2個を結んでできる線分の本数は，5個から2個取る組合せの総数で

$${}_5\mathrm{C}_2=10\ (本)$$

である。

このうち，正五角形の辺である線分が5本含まれる。

よって，対角線の本数は　$10-5=5$ (本)

練習

(1)　1枚の硬貨を10回投げるとき，表が5回出る場合は何通りあるか。

(2)　正七角形について，次のものの総数を求めよ。

　(i)　4個の頂点を結んでできる四角形の個数

　(ii)　対角線の本数

(1)　${}_{10}\mathrm{C}_5=\dfrac{10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=252$ (通り)

(2)(i)　求める四角形の個数は，7個から4個取る組合せの総数である。

よって　${}_7\mathrm{C}_4={}_7\mathrm{C}_3=\dfrac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}=35$ (個)

(ii)　7 個の頂点のうち 2 個を結んでできる線分の本数は，7 個から 2 個取る組合せの総数で

$${}_7C_2=\frac{7\cdot6}{2\cdot1}=21\ (\text{本})$$

である。

このうち，正七角形の辺である線分が 7 本含まれる。

よって，対角線の本数は　$21-7=14$ (本)

第 3 講　PART1　確認問題 解答

1

[正解] アイ：15

[解説]

異なる 6 個のものから異なる 4 個を選ぶ組合せの総数だから

$${}_6C_4=\frac{6\cdot5\cdot4\cdot3}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=\mathbf{15}\ (\text{通り})$$ [A]

> [A]　組合せ
> 異なる n 個のものから異なる r 個 $(r\leqq n)$ を選ぶ組合せの総数は
> $${}_nC_r=\frac{{}_nP_r}{r!}$$
> $$=\frac{n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)}{r(r-1)(r-2)\cdots\cdots3\cdot2\cdot1}$$
> 特に　${}_nC_n=1$
> また，${}_nC_0=1$ と定める。

2

[正解] ウエ：84

[解説]

求める三角形の個数は，9 個から 3 個取る組合せの総数である。 [B]

よって　$${}_9C_3=\frac{9\cdot8\cdot7}{3\cdot2\cdot1}=\mathbf{84}\ (\text{個})$$

> [B]　異なる 3 点を選べば，異なる三角形が得られる。

3

[正解] オカ：27

[解説]

9 個の頂点のうち 2 個を結んでできる線分の本数は，9 個から 2 個取る組合せの総数で [C]

$${}_9C_2=\frac{9\cdot8}{2\cdot1}=36\ (\text{本})$$

このうち，正九角形の辺である線分が 9 本含まれる。

よって，対角線の本数は

$$36-9=\mathbf{27}\ (\text{本})$$

> [C]　異なる 2 点を選べば，異なる線分が得られる。ただし，辺の数も含まれるので，辺になるものを除く。